Probabilité

1. NOTIONS DE BASE

Expérience aléatoire : Expérience dont on connaît parfaitement les conditions mais dont on ne peut pas prévoir l'issue.

Univers : C'est l'ensemble de tous les résultats. Notation : Ω. (OMEGA)
Les éléments de cet ensemble sont appelés les éventualités. Notation : ω (oméga)

Evénement : C'est un sous ensemble de l'univers Ω. Il est souvent associé à une question pertinente concernant l'expérience aléatoire. Notation : A, B, C . . . " A est inclus dans Ω " : $A \subset \Omega$
L'ensemble des événements constitue l'ensemble des parties de Ω.
Notation : $\mathcal{P}(\Omega)$ " A est une partie de Ω " : $A \in \mathcal{P}(\Omega)$.

Vocabulaire :

Ω est l'événement certain.
$\varnothing$ est l'événement impossible.
$\overline{A}$ est l'événement contraire de A.
$A \cup B$ est l'événement A ou B.
$A \cap B$ est l'événement A et B.
$A \cap B = \varnothing$ lorsque A et B sont incompatibles.

2. PROBABILITES

2.1 Approche

Méthode à priori (dénombrement : $p(A) = \dfrac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$.

Méthode à postériori (statistique) : $p(A) = \dfrac{\text{nombre de réalisation}}{\text{nombre d'essais}}$

2.2 Définition, propriétés

Def : On appelle probabilité p sur Ω, toute application de $\mathcal{P}(\Omega)$ vers [0; 1] vérifiant les axiomes suivants :

1. Pour tout $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $p(A) \geq 0$.
2. $p(\Omega) = 1$.
3. Pour tout $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ et pour tout $B \in \mathcal{P}(\Omega)$, si $A \cap B = \varnothing$ alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

Propriétés :

4. Si $A \subset B$ alors $p(A) \leq p(B)$.
5. Pour tout $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $0 \leq p(A) \leq 1$.
6. $p(\varnothing) = 0$.
7. $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.
Pour tout $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, Pour tout $B \in \mathcal{P}(\Omega)$
8. $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap \overline{B})$.
9. $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

3 PROBABILITE CONDITIONNELLE

Def : On appelle probabilité conditionnelle de l'événement B conditionné par l'événement A, la probabilité :

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$ On écrit souvent : $p(A \cap B) = p(B/A).p(A) = p(A/B).p(B)$.

Indépendance d'événements

Def : Deux événements A et B sont indépendants si et seulement si $p(A \cap B) = p(A).\,p(B)$.