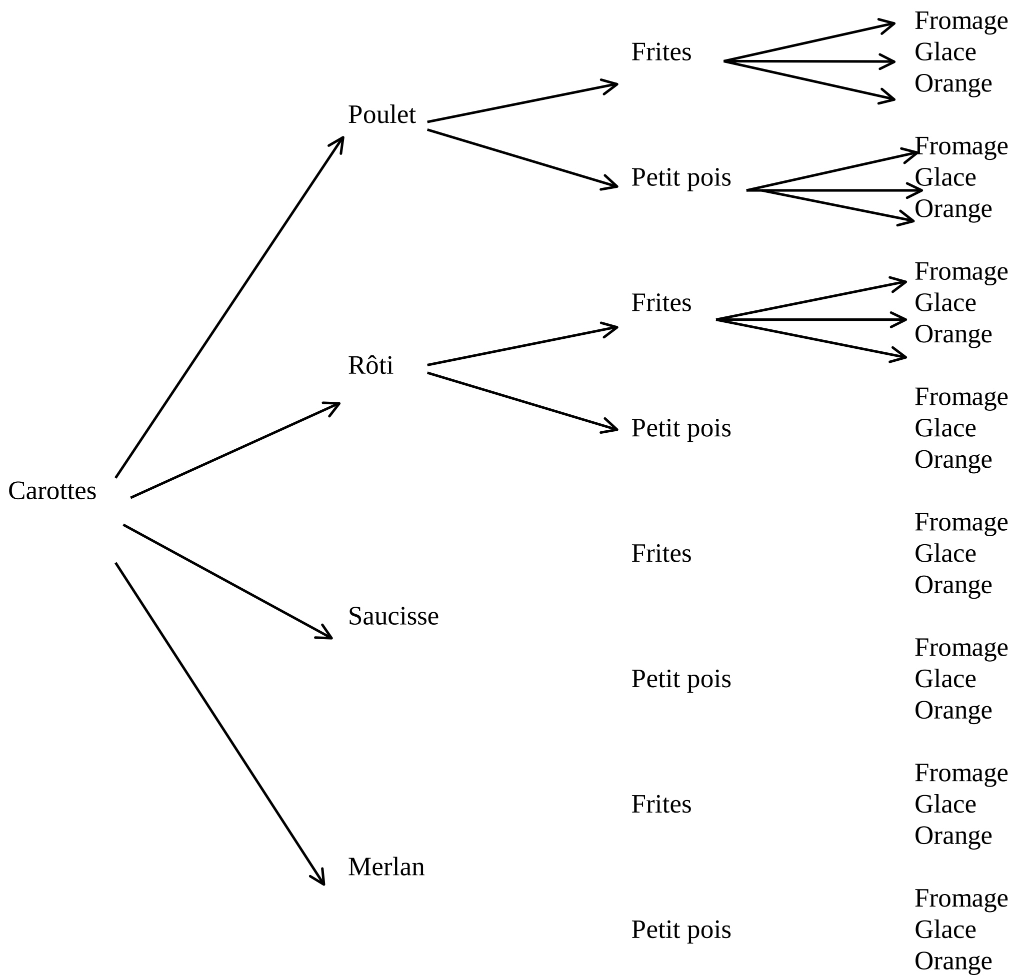
Ex 1 : Le self propose : une entrée au choix (Carottes râpées ou pâté ou friand)
et une viande au choix (poulet ou rôti de porc ou saucisse ou merlan)
et un légume au choix (frites ou petits pois)
et un dessert au choix (fromage ou glace ou orange).
Combien y a-t-il de menus différents possibles ?

On va alors choisir
Une entrée **et** Une viande **et** un légume **et** Un dessert



. . . etc.
rem : Il n'est pas indispensable de dessiner la totalité de l'arbre mais simplement de faire comprendre comment fonctionne le procédé
On dispose donc de 3 choix pour l'entrée, 4 choix pour la viande, 2 choix pour le légume, 3 choix pour le dessert.
Total : $3 \times 4 \times 2 \times 3 = 72$ menus possibles !

Ex 2 :(Nathan TC tome 2 1987 p 72) 206 élèves de seconde suivent des cours d'anglais (en première ou seconde langue). Ils suivent aussi des cours dans une ou deux autres langues :

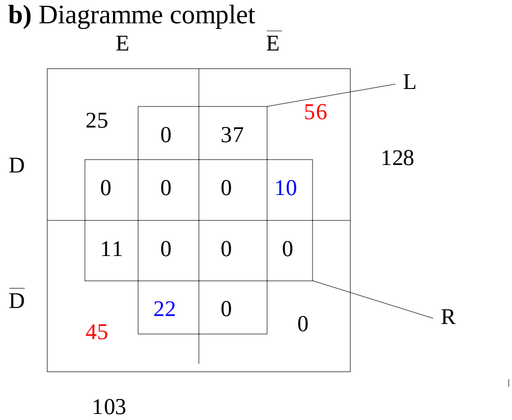
128 font de l'allemand, 103 de l'espagnol, 59 du latin, 21 du russe, 25 de l'allemand et de l'espagnol, 37 de l'allemand et du latin et 11 de l'espagnol et du russe.

a) Combien d'élèves ne font ni allemand ni espagnol ?
b) Combien d'élèves font du latin et de l'espagnol ?
c) Combien d'élèves ne font que de l'allemand ?

a) Il suffit de faire un diagramme en n'utilisant que les données allemand et espagnol

	E	$\overline{E}$	
D	25	103	128
$\overline{D}$	78	0	
	103		

b) Diagramme complet



Le diagramme complet permet de répondre aux questions
b) 22 élèves font du latin et de l'espagnol

c) 56 élèves ne font que de l'allemand

Ex 3 : Combien peut-on former de numéros de téléphone à 10 chiffres ?
Combien peut-on former de numéros de téléphone à 10 chiffres ne comportant pas le chiffre 0 ?

Un numéro de téléphone à 10 chiffres est une 10-liste d'un ensemble à 10 éléments. Total 10^{10} = 10 milliards
Un numéro de téléphone à 10 chiffres ne comportant pas le chiffre 0 est une 10-liste d'un ensemble à 9 éléments. Total 9^{10} = 3 486 784 401

Ex 4 : Un groupe d'élèves de BTS doit aller chercher des livres au CDI. De combien de manières peut-on former ce groupe ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Pour chaque élève, on décide de mettre ou non dans le groupe. A chacun des deux choix possibles d'un élève correspond les 2 choix possibles des autres élèves d'où un total de 2^{24} choix mais il doit y avoir au moins un élève de choisi. Le nombre de groupes possibles est donc de $2^{24} - 1 = 16\ 777\ 215$

Ex 5 : Il y a 20 chevaux au départ de la course. Combien y a-t-il de tiercés possibles ? de quartés ? de quintés ?

Au tiercé, il s'agit d'arrangements et non de combinaisons.

Nombre de tiercés : $A_{20}^{3} = 20\times19\times18 = 6840$.

Nombre de quartés : $A_{20}^{4} = 20\times19\times18\times17 = 116\ 280$.

Nombre de quintés : $A_{20}^{5} = 20\times19\times18\times17\times16 = 1\ 860\ 480$.

Ex 6 : Un groupe d'élèves de BTS constitue le bureau de l'association " BTS maintenance : le succès ". Ce bureau est composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.
Combien y a-t-il de bureaux possibles ? (il y a 24 élèves dans la classe)

L'ordre dans lequel les élèves sont choisis intervient. il s'agit donc d'arrangements, donc $A_{24}^{3} = 12144$ bureaux.

Ex 7 : Le groupe des élèves de BTS doit s'inscrire au concours par Minitel. Il faut établir une liste de passage.
Combien y a-t-il de manières de constituer cette liste ? (il y a 24 élèves dans la classe)

L'ordre dans lequel les élèves sont choisis intervient. il s'agit donc d'arrangements mais tous les élèves sont pris, il s'agit en fait de permutations donc $A_{24}^{24} = 24! = 620\ 448\ 401\ 733\ 239\ 439\ 360\ 000$

Ex 8 :(Schaum Proba et stat p 25) On doit ranger 12 livres sur une étagère.
a)De combien de manières ce rangement peut-il être effectué ?
En fait, il y a 4 livres de math, 6 livres de physique et 2 livres de chimie.
b)On veut ranger les livres par matières. De combien de manières ce rangement peut-il être effectué ?
c)Seuls les livres de math doivent être ensembles. De combien de manières ce rangement peut-il être effectué ?

a)Il s'agit ici de permutations donc 12 ! = 479 001 600 possibilités.
b) Les livres de math peuvent être rangés de 4 ! façons, ceux de physique de 6 ! façons et ceux de chimie de 2 ! façons et les trois groupes de 3 ! façons. total : $4!\times 6!\times 2!\times 3! = 207\,360$ possibilités.
c) On peut considérer les livres de math comme un gros livre. Nous avons alors 9 livres qui peuvent se ranger de 9! façons où les livres de math sont tous ensembles, mais ceux-ci peuvent se ranger de 4! façons d'où $9!\times 4! = 8\,709\,120$ possibilités.

Ex 9 :   Anagrammes de TABLE   –   TABLEAU   –   EPREUVE   –   CONSTITUTIONNEL

TABLE : 5! = 120 ; TABLEAU : $\frac{7!}{2!} = 2520$; EPREUVE : $\frac{7!}{3!} = 840$;

CONSTITUTIONNEL : $\frac{15!}{2!\times 3!\times 3!\times 2!} = 9\,081\,072\,000$

Ex 10 : On doit constituer un groupe de 5 professeurs de BTS pour préparer une épreuve de partiel.
a) Il y a 10 professeurs. combien y a-t-il de manières de constituer le groupe ?
b) Il y a 4 professeurs d'enseignement général et 6 d'enseignement professionnel. le groupe doit comporter 2 professeurs d'enseignement général et 3 professeurs d'enseignement professionnel. Combien y a-t-il de manières de constituer le groupe ?

a) Il s'agit ici d'un ensemble de professeurs donc de combinaisons. Il y a $C_{10}^{5} = 252$ groupes possibles.
b) Il faut ici prendre 2 professeurs d'enseignement général parmi 4 et 3 d'enseignement professionnel parmi 6.
Il y a donc $C_4^2 \times C_6^3 = 120$ groupes possibles.

Ex 11 :(Schaum p 27)   Combien de salades différentes peuvent être préparées à partir d'un mélange de laitue, scarole, endive, cresson et chicorée amère ?

Chaque salade peut être retenue ou rejetée et chacune de ces deux façons est associée au 2 façons de traiter chacune des autres. Le nombre de possibilités pour l'ensemble est alors de 2^5 mais il faut lui retrancher le cas où aucune d'entre elles n'est prise. Il y a donc $2^5 - 1 = 31$ salades différentes possibles.

Ex 12 :(Schaum p 27)   Combien peut-on former de mots de 7 lettres (4 consonnes différentes et 3 voyelles différentes) à partir d'un ensemble de 7 consonnes différentes et 5 voyelles différentes ? on négligera la nécessité que les mots formés aient un sens.

Les quatre consonnes différentes peuvent être prises de C_7^4 façons, les 3 voyelles différentes de C_5^3 façons, enfin les résultat qui comprend 7 lettres peut être l'objet de 7! permutations internes.
Le nombre de mots possibles est alors de $C_7^4 \times C_5^3 \times 7! = 1\,764\,000$.