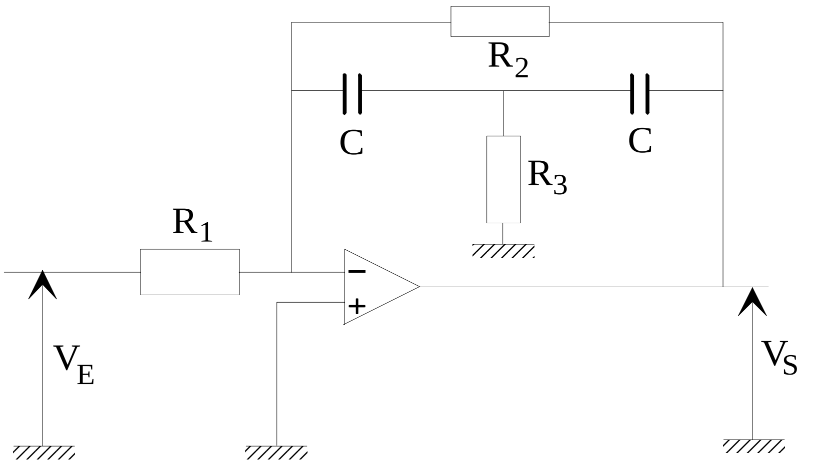
Etude d'un filtre

On considère le filtre représenté par le schéma suivant :



$R_1 = 68\times10^{3}\ \Omega$ $R_3 = 3\ R_2$ $R_3 = 10^{6}\ \Omega$ $C = 0{,}47\times10^{-6}$ F

Pour simplifier les calculs on pose $t = R_2\ C\ \omega$, ω pulsation de la tension d'entrée V_E ;

La fonction de transfert du filtre est alors : $f(t) = -\dfrac{250}{17}\times\dfrac{1+2jt}{1+2jt-3t^2}$

où j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Calculer, en fonction de t, le carré du module du nombre complexe $f(t)$, soit $|f(t)|^2$.

2. Soit φ la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $\varphi(t) = \dfrac{250^2}{17^2\times|f(t)|^2}$.

a) Déterminer les réels a,b et c tels que $\varphi(t) = at^2 + b + \dfrac{c}{1+4t^2}$.

b) Etudier les variations de φ. Déterminer le nombre réel t_0 pour lequel $\varphi(t)$ est minimum et calculer $\varphi(t_0)$.

Montrer que $\lim\limits_{t\to0}\varphi(t) = 0$. On admettra alors que la courbe C représentative de la fonction φ admet une tangente horizontale en sont point d'abscisse 0.

c) Construire la courbe C représentative de φ dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unité 10 cm en abscisses et de 5 cm en ordonnée.

3. Déduire de l'étude précédente le maximum de $|f(t)|$ et la pulsation ω_0 correspondante.

4. Montrer que l'équation $|f(t)| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}|f(t_0)|$ équivaut à l'équation $\varphi(t) = 2\varphi(t_0)$.

Déterminer alors graphiquement la valeur t_1 solution de cette équation et en déduire une valeur approchée de la valeur ω_1 associée.