Signe d'une expression

Méthode à utiliser lorsque l'on demande :

- ☞ Etudier le signe de l'expression . . .
- ☞ Donner le signe de la dérivée de la fonction . . .
- ☞ Etudier les variations de la fonction . . .
- ☞ Résoudre l'inéquation . . .
- ☞ Etudier la position de la courbe par rapport à la droite . . . (ou à une autre courbe).

La rédaction doit faire apparaître la démarche utilisée

1 Premier degré

signe de $ax + b$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax + b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Exemples

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$-3x+5$		$+$	0	$-$	

2 Deuxième degré

signe de ax^2+bx+c. On note $\Delta = b^2 - 4ac$

1^er^ cas $\Delta > 0$: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

L'expression ax^2+bx+c est du signe de a à l'extérieur de l'intervalle des racines.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$(x - x_1)$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x - x_2)$		$-$		$-$	0	$+$	
$ax^2 + bx + c$		signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a	

2^ème^ cas $\Delta = 0$: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$.

L'expression $ax^2 + bx + c$ est toujours du signe de a mais s'annule si $x = x_1$.

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$		signe de a	0	signe de a	

3^ème^ cas $\Delta < 0$: $ax^2 + bx + c$ ne peut pas être factorisée.

L'expression est toujours du signe de a.

x	$-\infty$		$+\infty$
$ax^2 + bx + c$		signe de a	

3 degré supérieur à 2

Il faut factoriser pour se ramener à un produit de termes du premier ou du second degré afin de déterminer leur signe comme au **1.1** et **1.2** puis faire un tableau de signe.

Exemple 1 : $f(x) = x^3 - 3x = x(x^2 - 3) = x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x^2 - 3$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Exemple 2 : $g(x) = -x^3 + 4x^2 - x - 6 = (x - 2)(-x^2 + 2x + 3)$

$-x^2 + 2x + 3$: $\Delta = 16$; $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.

Cette expression du second degré est du signe du coefficient de x^2 (donc négative) à l'extérieur de l'intervalle des racines et positive entre les racines

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$x - 2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x^2 + 2x + 3$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	

Exemple 3 : $h(x) = -x^3 + 2x^2 - x - 4 = (x + 1)(-x^2 + 3x - 4)$

$-x^2 + 3x - 4$: $\Delta = -7$.

Cette expression du second degré est toujours du signe du coefficient de x^2 (donc négative)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
$-x^2 + 3x - 4$		$-$		$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	