nombres et calculs

Objectifs : Au travers de quelques exercices nous allons évoquer les nombres et leurs propriétés.

- A quels ensembles particuliers appartiennent - ils ?
- Quelles sont les différentes formes sous lesquelles ils s'écrivent ?
- Quelles sont les méthodes de calculs attachées à chaque forme ?
- Quelle(s) représentation(s) géométrique peut - on en donner ?

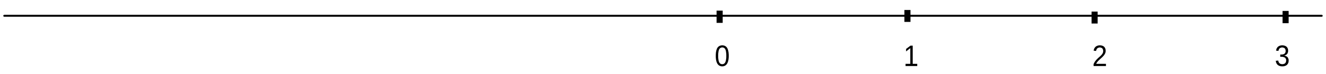
Vocabulaire :
arrondi, décimal, décimale, décomposition, écriture scientifique, irrationnel, naturel, premier, rationnel, réel, relatif, troncature, valeur approchée, valeur exacte.

Activité 1 :

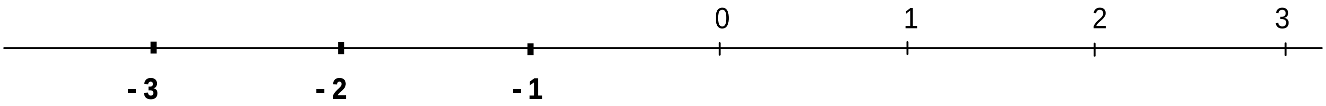
Question : Après avoir lu les objectifs et le vocabulaire, écrire sur une feuille plusieurs nombres (3 à 5) auquels font penser ces quelques phrases.
Travail : L'analyse des réponses des élèves et le débat qui s'ensuit permet de classer ces nombres en divers paquets en observant les analogies d'écritures. (Un rétroprojecteur et des bouts de transparents sont utiles pour trier ces réponses)

Ensembles de nombres.

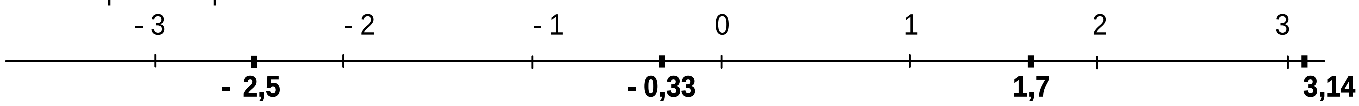
$\mathbb{N}$: Ensemble des entiers naturels. $\mathbb{N}$ = { 0; 1; 2; 3; . . . }



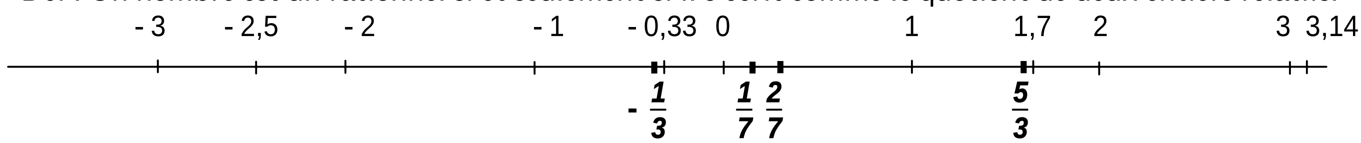
Î : Ensemble des entiers relatifs. Î = { 0; 1; – 1; 2; – 2; 3; – 3; . . . } Zahl : nombre en allemand.



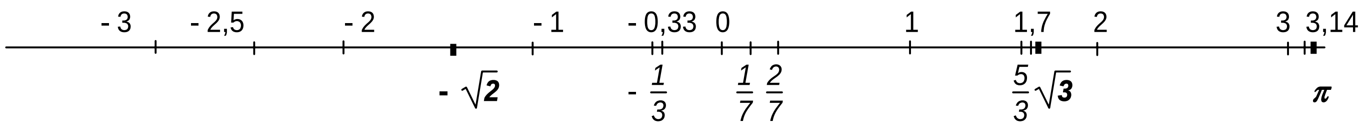
$\mathbb{D}$: Ensemble des décimaux relatifs.
Def : Un nombre est un décimal relatif si et seulement si on peut l'écrire comme le quotient d'un entier relatif par une puissance de 10.



$\mathbb{Q}$: Ensemble des rationnels (ou des quotients).
Def : Un nombre est un rationnel si et seulement si il s'écrit comme le quotient de deux entiers relatifs.



$\mathbb{R}$: Ensemble des nombres réels.
Cet ensemble contient tous les nombres que l'on connaît au niveau de la seconde.
Il y a une correspondance parfaite entre les points d'une droite et les nombres réels.



$\mathbb{N}$ est inclus dans Î : notation $\mathbb{N} \subset$ Î

Chaque ensemble contient tous ceux qui le précèdent.On peut donc écrire $\mathbb{N} \subset$ Î $\subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Ecriture décimale des nombres.

$\mathbb{D}$: Tout nombre décimal admet une écriture décimale finie (l'écriture décimale " s'arrête ")

$\mathbb{Q}$: Tout nombre rationnel non décimal admet une écriture décimale infinie périodique.

$\mathbb{R}$: Tout nombre réel non rationnel (irrationnel) admet une écriture décimale infinie non périodique.

Ex : $-\dfrac{80}{32} = -2{,}5$ est un décimal.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{5}{3} = 1{,}6666... = 1{,}\overline{6} \\ \\ \dfrac{1}{7} = 0{,}\overline{142857} \end{array}\right\}$$ sont des rationnels non décimaux.

$-\sqrt{2} = 1{,}414\ldots$; $\sqrt{3} = 1{,}1732\ldots$; $\pi = 3{,}1415\ldots$ sont des irrationnels.

$-\dfrac{80}{32}$ appartient à l'ensemble des décimaux. Notation : $-\dfrac{80}{32} \in \mathbb{D}$.

$\dfrac{5}{3}$ n'appartient pas à l'ensemble des décimaux : $\dfrac{5}{3} \notin \mathbb{D}$.

$\pi \notin \mathbb{Q}$.

Attention : La calculatrice calcule avec des décimaux. Pour elle π est égal à . . . ? 3,141592654
Recherche des décimales cachées : sur TI 81, π = 3,14159265359 .
La TI 81 calcule avec 12 chiffres significatifs.

Conséquence : Il faut se méfier de la calculatrice. En voici 2 exemples :
$10^{9} + 10^{-9} - 10^{9} = 10^{-9}$ mais la calculatrice indique 0.
$10^{15} + 1 - 10^{15} = 1$ mais la calculatrice indique 0.

Ecriture scientifique des nombres positifs

Tout nombre réel positif x peut s'écrire sous la forme du produit d'un nombre réel a, compris entre 1 et 10, et d'une puissance de 10 : $x = a * 10^{k}$ avec $a \in [\,1; 10\,[$ et $k \in$ Î.

rem : Pour les décimaux on peut donner la valeur exacte de a.
Pour les rationnels non décimaux et pour les irrationnels on ne peut donner qu'une valeur approchée de a.

Travaux dirigés : Feuille annexe

Nombres et calculs

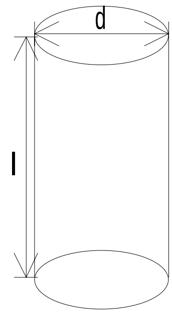
Objectifs : Au travers de quelques exercices nous allons évoquer les nombres et leurs propriétés.
- A quels ensembles particuliers appartiennent - ils ?
- Quelles sont les différentes formes sous lesquelles ils s'écrivent ?
- Quelles sont les méthodes de calculs attachées à chaque forme ?
- Quelle(s) représentation(s) géométrique peut - on en donner ?

Vocabulaire :
arrondi, décimal, décimale, décomposition, écriture scientifique, irrationnel, naturel, premier, rationnel, réel, relatif, troncature, valeur approchée, valeur exacte.

3141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825

Ex 1

Assimilons un fil de cuivre à un cylindre de diamètre *d* et de longueur l .



1. Rappeler la formule donnant le volume du cylindre.

2. Un fil de cuivre a un diamètre de 1 mm et une longueur de 100 m.
Quel est son volume ?

3. Avec 1l de cuivre, quelle longueur de fil de 3 mm de diamètre peut - on fabriquer ?

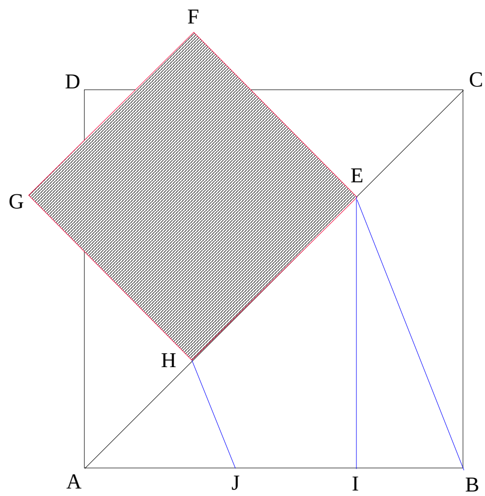
Ex 2

1. ABCD est un carré de 5 cm de côté.
Calculer la longueur AC.

2. H et E sont les points de la diagonale [AC] tels que :
AH = CE = 2 cm.
On construit le carré EFGH comme sur la figure ci - contre.
Calculer l'aire du carré EFGH.

3. I est la projection orthogonale de E sur [AB].
Calculer la longueur AI.

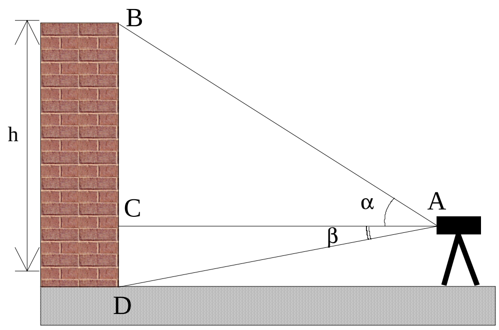
4. On considère le point J de [AB] tel que les droites (EB) et (HJ) soient parallèles. Calculer la longueur AJ.



Ex 3

Un théodolite permet la mesure des angles situés dans un plan vertical à partir de l'horizontale.
L'appareil est mis en station à 64,3 m d'un immeuble.
On vise le sommet et on mesure l'angle; la mesure est α = 30 °.
On vise le pied et on mesure l'angle ; la mesure est β = 2,45°.

Quelle est la hauteur de l'immeuble ?



Fiche d'aide

Division sous une somme algébrique (addition ou sostraction)

L'erreur à ne pas faire

~~j'ai 2 armoires et 4 bancs à partager entre 2 personnes~~

$$\cancel{\frac{2*a+4*b}{2} = \frac{\cancel{2}*a+4*b}{\cancel{2}} = a+4*b}$$

~~donc chaque personne aura 1 armoire et 4 bancs~~

Comment procéder : Il faut utiliser la propriété : $\frac{\mathbf{a}*b}{\mathbf{a}*c} = \frac{b}{c}$

Méthode 1 : $\frac{\mathbf{2}*a+4*b}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{2}*a}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{2}*2*b}{\mathbf{2}} = \frac{\cancel{\mathbf{2}}*a}{\cancel{\mathbf{2}}} + \frac{\cancel{\mathbf{2}}*2*b}{\cancel{\mathbf{2}}} = a + 2*b.$

Méthode 2 : $\frac{\mathbf{2}*a+4*b}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{2}*a+\mathbf{2}*2*b}{\mathbf{2}} = \frac{\cancel{\mathbf{2}}(a+2*b)}{\cancel{\mathbf{2}}} = a + 2*b.$

Activité 1

Simplifier l'écriture des tractions suivantes :

$$\frac{8\sqrt{2}-4}{4} \qquad \frac{3+6\sqrt{5}}{3} \qquad \frac{\pi+\pi^2}{\pi+1}$$

On peut être, en plus, amené à utiliser une autre propriété concernant la simplification de radicaux au dénominateur.

Prop : Lorsque l'on est en présence d'une fraction comportant un radical au dénominateur, seul ou multiplié par un nombre, on multiplie le numérateur et le dénominateur par ce radical.

$$\frac{\Delta - O +}{\sqrt{a}} = \frac{(\Delta - O + \ )*\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{a}*\sqrt{\mathbf{a}}} = \frac{(\Delta - O + \ )*\sqrt{\mathbf{a}}}{\mathbf{a}}$$

Remarquer l'apparition de parenthèses

Activité 2

Ecrire sans radical au dénominateur les fractions suivantes :

$$\frac{6+9\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \qquad \frac{2\sqrt{2}-6}{\sqrt{2}} \qquad \frac{6+5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$