Fonctions (2)

1 Variations définition

"Une fonction croissante est une fonction dont la courbe monte lorsque x se déplace vers la droite"
"Une fonction décroissante est une fonction dont la courbe descend lorsque x se déplace vers la droite"

Def 1 : f est une fonction croissante sur l'intervalle I si et seulement si :
Pour tout a de I, pour tout b de I : $a < b$ ñ $f(a) < f(b)$

rem : Une fonction croissante conserve le sens des inégalités.

Def 2 : f est une fonction décroissante sur l'intervalle I si et seulement si :
Pour tout a de I, pour tout b de I : $a < b$ ñ $f(a) < f(b)$

rem : Une fonction décroissante inverse le sens des inégalités.

2. Tableau de variation

C'est un tableau qui résume comment varie la fonction sur l'intervalle d'étude.

Pour croissante : $\nearrow$ Pour décroissante : $\searrow$

Activité : courbes et calculatrice (voir fiches en annexe)

3. Démonstration

Méthode 1 : Partant de l'hypothèse $a < b$, on va comparer $f(a)$ et $f(b)$ en cherchant le signe de la différence.

Méthode 2 : Partant de l'hypothèse $a < b$, On démontre directement en utilisant les opérations sur les inégalités que $f(a) < f(b)$ (ou que $f(a) > f(b)$.

4. Fonctions de référence

Les fonctions de référence et leur tableau de variation.

Fonctions de référence

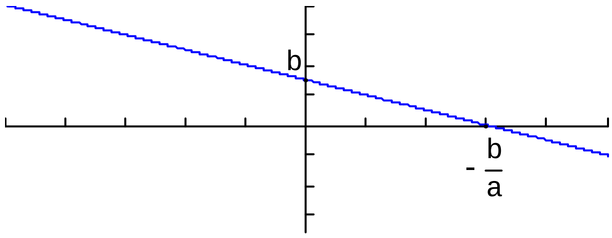
Fonction affine

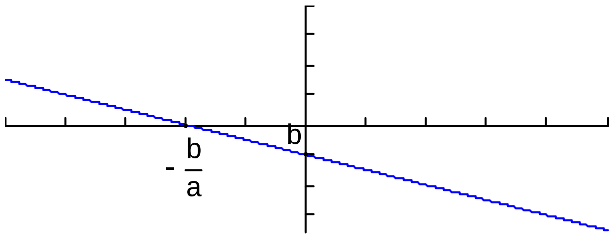
$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto f(x) = a.x + b$$

Tableau de variation

Si $a < 0$

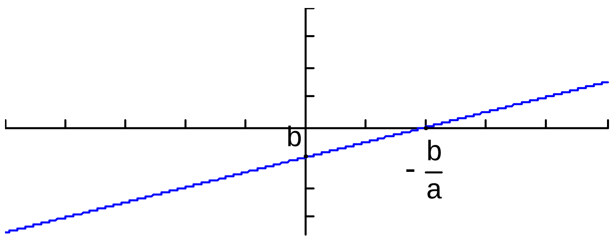
x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

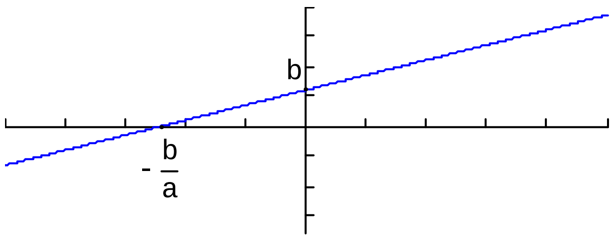




Si $a > 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
f	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$





Fonction carré

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto f(x) = x^2$$

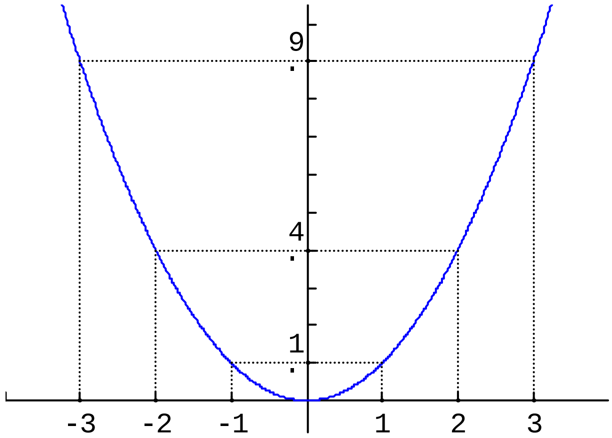


Tableau de variation

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

On a démontré (voir le cours sur l'ordre)

Si $0 < a < b$ alors $a^2 < b^2$

Si $a < b < 0$ alors $a^2 > b^2$

Fonction inverse

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto f(x) = \frac{1}{x}$$

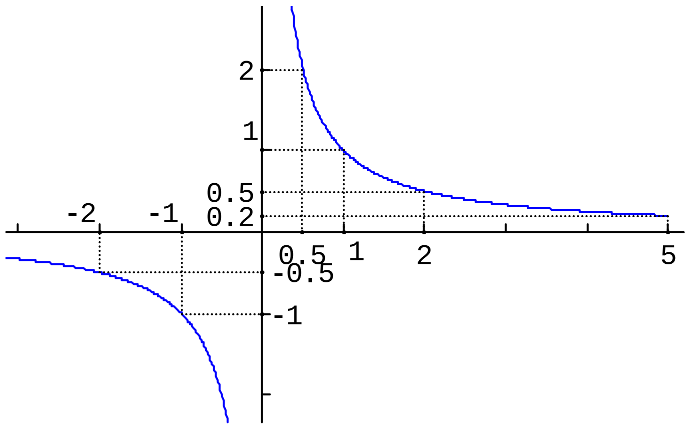


Tableau de variation

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

On a démontré (voir le cours sur l'ordre)

Si $0 < a < b$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Si $a < b < 0$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Fonction valeur absolue

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto f(x) = \mathrm{abs}(x) = |x| = \sqrt{x^2}$$

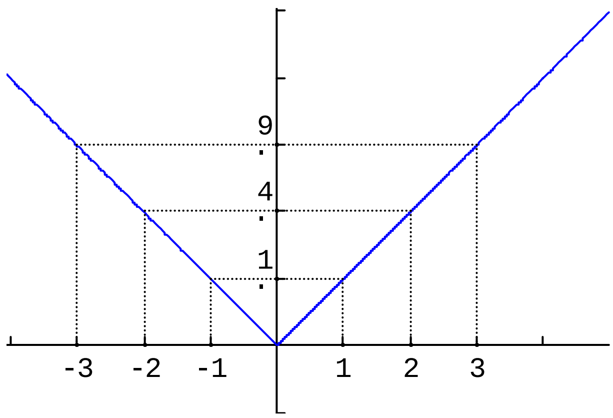


Tableau de variation

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Courbe, tableau de variation et calculatrice

Consignes de travail

Rappel

Pour cette activité, chacun doit savoir faire les opérations suivantes sur sa calculatrice :

- ☞ Entrer une expression algébrique dans le registre des fonctions.
- ☞ Afficher le tableau des valeurs de cette fonction en choisissant :
  une valeur de départ et un pas de calcul.
- ☞ Choisir une fenêtre pour afficher la courbe représentative de la fonction en indiquant :
  Les valeurs minimales et maximales pour X et Y.
- ☞ Afficher la courbe représentative de la fonction dans la fenêtre choisie.

Travail

Vous allez, à l'aide de votre calculatrice, observer des courbes représentatives de fonction.
Pour chacune des observations effectuées vous devrez reporter l'allure de la courbe sur votre feuille afin de garder une trace de votre travail.

Partie 1

On s'intéresse à la fonction f définie par $f(x) = -4x^3 + 96x^2 - 451x - 100.$

1. Entrez l'expression dans le registre de fonction de la calculatrice, afficher le graphique.

Conclusion

2. Cette fonction représente le bénéfice, ou la perte réalisée par une entreprise sur la vente de x lots de marchandise. Cette entreprise ne peut pas fabriquer plus de 18 lots par jour.

a) A l'aide de ces indications, donner les valeurs minimales et maximales de x.

X_{Min} = ... X_{Max} = ...

b) Observer le tableau de valeurs de la fonction pour les valeurs comprises entre X_{Min} et X_{Max}.

Conclusion

Je vais donc choisir les valeurs suivantes

X_{Min} = ... X_{Max} = ... Y_{Min} = ... Y_{Max} = ...

Bilan : $f(x) = -4x^3 + 96x^2 - 451x - 100.$

X_{Min} = ... X_{Max} = ... Y_{Min} = ... Y_{Max} = ...

Allure de la courbe

Tableau de variation

x	
f	

Tableau de signe

x	
$f(x)$	

Partie 2

On s'intéresse à la fonction f définie par $g(x) = 4x^2 - 27x + 5.$

1. a) Entrez l'expression dans le registre de fonction de la calculatrice.

b) Observer le tableau de valeurs de la fonction.

Conclusion

Bilan : $g(x) = 4x^2 - 27x + 5.$

X_{Min} = ... X_{Max} = ... Y_{Min} = ... Y_{Max} = ...

Allure de la courbe

Tableau de variation

x	
f	

Tableau de signe

x	
$f(x)$	