PARABOLE ET HYPERBOLE

Objectifs : Trouver une hyperbole d'équation $h(x) = m + \dfrac{k}{x - p}$ et une parabole d'équation $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ dont les points communs ont des coordonnées "*simples* "

En fait, je vais tricher et partir des points communs pour ensuite déterminer deux courbes passant par ces points.

Situation 1 **: La parabole et l'hyperbole sont tangentes en A**

☞ · · · (H) hyperbole d'équation $h(x) = m + \dfrac{k}{x - p}$ est définie par ses asymptotes passant par les points M(m; 0) et P(0; p) et par un point A(x_A; y_A) du plan dont les coordonnées sont entières.

Prop 1 : $\boldsymbol{k = (y_A - m)(x_A - p)}$.

Prop 2 : 1. $t_A = -\dfrac{(y_A - m)}{(x_A - p)}$ **est le coefficient directeur de la tangente en A à l'hyperbole.**

2. La tangente en A, commune à la parabole et à l'hyperbole a pour équation :

$$y = t_A\,(x - x_A) + y_A$$

☞ · · · La parabole passe par A(x_A; y_A) donc $a\,x_A^{\,2} + b\,x_A + c = y_A$

La tangente en A a pour coefficient directeur t_A donc $2a\,x_A + b = t_A$.

Méthode 1 : La parabole passe par le point C(0; c) donc c est connu

Calculs : $b = t_A - 2a\,x_A$ et $a = \dfrac{c + t_A . x_A - y_A}{x_A^{\,2}}$

Prop 3 : les deux courbes se coupent au point B dont l'abscisse est :

$$s = \frac{p\,(c - m) + k}{a . x_A^{\,2}}$$

figure 1 : p_h_11.g2w

Sur cette figure, on peut déplacer avec la souris :

- Le point P sur l'axe des abscisses (abscisse entière);
- Le point M sur l'axe des ordonnées (ordonnée entière);
- Le point C sur l'axe des ordonnées (ordonnée entière).
- Le point A dans le plan (coordonnées entières).

En outre, on peut déplacer le point C sur l'axe des ordonnées à l'aide des flèches .

Méthode 1' : p_h_12.g2w

(H) hyperbole d'équation $h(x) = m + \dfrac{k}{x - p}$ est définie par ses asymptotes passant par les points M(m; 0) et P(0; p) et par la variable k qui est pilotable au clavier en tapant K.

A est alors défini a partir d'un point variable X de l'axe des abscisses à abscisse entière.
Les calculs ne changent pas
Sur cette figure, on peut déplacer avec la souris :

- Le point P sur l'axe des abscisses (abscisse entière);
- Le point M sur l'axe des ordonnées (ordonnée entière);
- Le point C sur l'axe des ordonnées (ordonnée entière).
- Le point A en déplaçant le point X qui est la projection de A sur l'axe des abscisses.

En outre, on peut déplacer le point C sur l'axe des ordonnées à l'aide des flèches .

Méthode 2 : La parabole ets définie par son "ouverture" a est donné. **p_h_21.g2w**
La variable a est pilotable au clavier en tapant A.
Calculs : $b = t_A - 2a\,x_A$ $c = y_A - a\,x_A{}^2 - b\,x_A$

Sur cette figure, on peut déplacer avec la souris :

- Le point P sur l'axe des abscisses (abscisse entière);
- Le point M sur l'axe des ordonnées (ordonnée entière);
- Le point A dans le plan (coordonnées entières).

Méthode 2' : La parabole est définie par son "ouverture" a est donné. **p_h_12.g2w**
La variable a est pilotable au clavier en tapant A.
(H) hyperbole d'équation $h(x) = m + \dfrac{k}{x - p}$ est définie par ses asymptotes passant par les points M(m; 0) et P(0; p) et par la variable k qui est pilotable au clavier en tapant K.
Sur cette figure, on peut déplacer avec la souris :

- Le point P sur l'axe des abscisses (abscisse entière);
- Le point M sur l'axe des ordonnées (ordonnée entière);
- Le point A en déplaçant le point X qui est la projection de A sur l'axe des abscisses.

Situation 2 **: La parabole et l'hyperbole sont sécantes en trois points A, B et C.**

p_h_3.g2w

(H) hyperbole d'équation $h(x) = m + \dfrac{k}{x - p}$ est définie par ses asymptotes passant par les points M(m; 0) et P(0; p) et par la variable k qui est pilotable au clavier en tapant K.

A est défini a partir d'un point variable X de l'axe des abscisses à abscisse entière.
B est défini a partir d'un point variable Y de l'axe des abscisses à abscisse entière.
La parabole ets définie par son "ouverture" variable a qui est pilotable au clavier en tapant A.